SEMESTRAL

UNI

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

academiacesarvallejo.edu.pe

SEMESTRAL

UNI





Álgebra

Tema: Valor absoluto II - Funciones

Docente: Phflucker H. Coz

academiacesarvallejo.edu.pe

1. Determine el conjunto solución de

$$||x^2+4x+9|-8x-6| \leq 15$$

A) $[-2;2]$ B) $[0;2]$ C) $[-2;0]$
D) $[-4;2]$ E) $[-2;6]$

Resolución

Por el teorema del trinomio positivo, se tiene

$1x^2+4x+9$

Siempre es positivo, para cualquier valor asignado a la variable x, porque

$(1>0 \quad \wedge \quad \Delta < 0)$

$|x^2+4x+9-8x-6| \leq 15$

$|x^2-4x+3| \leq 15$

Aplicaremos el teorema 1

$-15 \leq x^2-4x+3 \leq 15$

$-14 \leq (x-2)^2 \leq 16$

$-14 \leq (x-2)^2 \quad \wedge \quad (x-2)^2 \leq 16$

$x \in \mathbb{R} \qquad \sqrt{\ }: \quad |x-2| \leq 4$

$-4 \leq x-2 \leq 4$

Sumo 2: $-2 \leq x \leq 6$

Obs $\sqrt{b^2} = |b|$

Obs $|a| \leq b$
$b \geq 0 \wedge -b \leq a \leq b$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

2. Halle el conjunto solución de $\begin{cases} |2x-3|+x\geq 5 \\ |x^2+x|\leq|2x+6| \end{cases}$

A) $[-2;3]$

B) $\left[\frac{2}{3};+\infty\right\rangle$

C) $\left[\frac{8}{3};3\right]\cup\{-2\}$

D) $\langle-\infty;-2]$

E) $\langle-\infty;3]$

Resolución

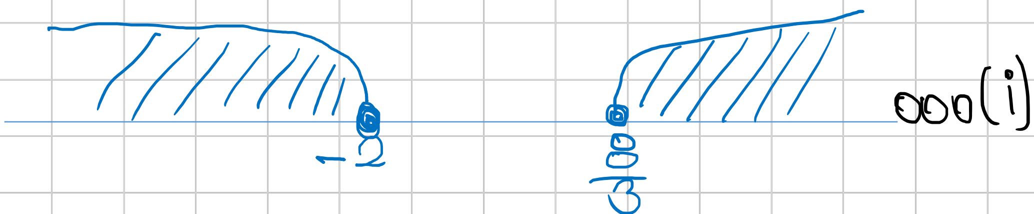
$* \quad |2x-3|\geq 5-x$

Aplicaremos el teorema 2

$2x-3\geq 5-x \quad \vee \quad 2x-3\leq -5+x$

$3x\geq 8 \quad \vee \quad x\leq -2$

$x\geq \frac{8}{3}$



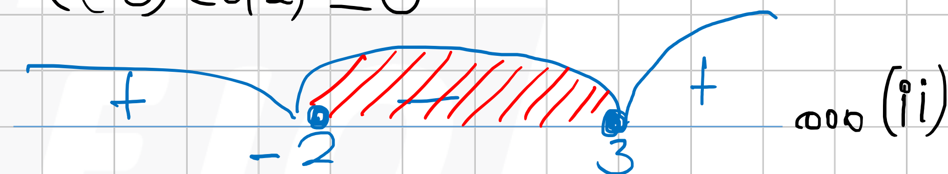
$* \quad |x^2+x|\leq|2x+6|$

$(x^2+3x+6)(x^2-x-6)\leq 0$

$1>0 \wedge \Delta<0$

$x^2-x-6\leq 0$

$(x-3)(x+2)\leq 0$



$\therefore \ C.S.=(i)\cap(ii) = \{-2\}\cup\left[\frac{8}{3};3\right]$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

3. Halle el producto de soluciones enteras no nulas de

$$\left|\frac{x^2}{x-2}\right| < \frac{|x^2-25|}{x+5}$$

A) -120 B) -720 C) -60

D) 24 E) 60

Resolución

$$\frac{|x^2|}{|x-2|} < \frac{|x^2-5^2|}{x+5}$$

Condición de existencia $x \neq 2; -5$

$$\frac{x^2}{|x-2|} < \frac{|x+5| \cdot |x-5|}{x+5}$$

necesariamente $x+5>0$

$x>-5$

$$\frac{x^2}{|x-2|} < \frac{(x+5) \cdot |x-5|}{(x+5)}$$

(+)

$|x^2| < |x^2-7x+10|$

(−)

$(2x^2-7x+10)(7x-10) < 0$

+

$7x-10<0$

$x<\frac{10}{7}$

$\therefore$ C.S. $= \langle -5; \frac{10}{7} \rangle$

en $\mathbb{Z}^+ = -4; -3; -2; -1; 1$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

4. Dada la expresión matemática

$$P_{(x)} = |x-3| + |7-x|$$

Dada las siguientes proposiciones:

I. El conjunto solución de la inecuación $P_{(x)} < |2x-10|$ es el conjunto $\mathbb{R}$. F

II. La inecuación $P_{(x)} \geq 4$ tiene CS $= \mathbb{R}$. V

III. La inecuación $P_{(x)} \geq 2$ tiene CS $= \{\ \}$. F

Indique cuál o cuáles son las correctas.

A) Solo I
B) Solo II
C) Solo III
D) II y III
E) I, II y III

Resolución

Recuerde $|a|+|b| \geq |a+b|$; $\forall a,b \in \mathbb{R}$

$|a+b| \leq |a|+|b|$; $\forall a,b \in \mathbb{R}$

I) $P_{(x)} < |2x-10|$

$|x-3| + |x-7| \geq |2x-10|$

Como es absurdo $\Rightarrow C.S. = \phi$

II) $P_{(x)} \geq 4$

$|x-3| + |7-x| \geq |4| \to 4$

Siempre se cumple $\Rightarrow C.S. = \mathbb{R}$

III) $P_{(x)} \geq 2$

$P_{(x)} \geq 4 \geq 2$

desigualdad verdadera $\Rightarrow C.S. = \mathbb{R}$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

5. Si $f=\{(7;3m),(6;3n),(7;2n+1),(2m+n;4m-3n)\}$ es una función, tal que $f_{(6)}+f_{(10)}=12$, halle el producto de elementos del rango.

A) 0 B) 10 C) 24

D) 36 E) 48

Resolución

f es una función

Como $(7;3m)\in f \wedge (7;2n+1)\in f$

$\Rightarrow 3m=2n+1$

$3m-2n=1$

* $2m+n=10$ (porque $10\in D_f$)

Luego

$$\begin{cases} 3m-2n=1 \\ 4m+2n=20 \end{cases} +$$

$7m=21 \Rightarrow m=3$

$n=4$

$f=\{(7;9);(6;12);(7;9);(10;0)\}$

$R_f=\{9;12;9;0\}$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

6. Halle el dominio de la función f si

$$f_{(x)}=\sqrt[4]{x^4+\sqrt{\frac{x}{x+9}-\frac{1}{x+1}}}$$

A) $\langle-\infty;-9\rangle\cup\langle-3;-1\rangle\cup\langle 3;+\infty\rangle$

B) $\langle-\infty;-9\rangle\cup\langle-2;-1\rangle\cup\langle 2;+\infty\rangle$

C) $\langle-\infty;-9\rangle\cup[-2;-1\rangle\cup\langle 2;+\infty\rangle$

D) $\langle-\infty;-9\rangle\cup[-3;-1\rangle\cup[3;+\infty\rangle$

E) $\langle-9;-3]\cup\langle-1;3]$

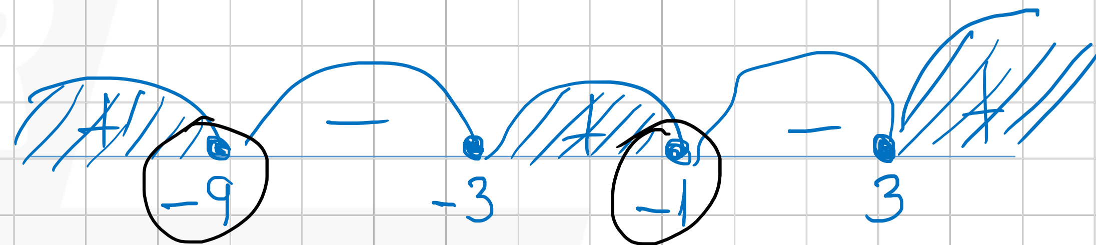
Resolución

Condición de existencia

$$\frac{x}{x+9}-\frac{1}{x+1}\geq 0\ ;\quad x\neq -9,\ x\neq -1$$

$$\frac{x^2+x-(x+9)}{(x+9)(x+1)}\geq 0$$

$$\frac{x^2-3^2}{(x+9)(x+1)}\geq 0 \Rightarrow (x+3)(x-3)(x+9)(x+1)\geq 0$$



$$D_f=\langle-\infty;-9\rangle\cup[-3;-1\rangle\cup[3;+\infty\rangle$$

Obs $f_{(x)}=\sqrt[4]{x^4+\boxed{\geq 0}}$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

7. Determine el rango de la función

$$4f_{(x)} = x\left(8 - xf_{(x)}\right);\ x > 0$$

A) ⟨0; 4] B) ⟨0; 1] C) $\mathbb{R}^+$
D) ⟨0; 2] E) ⟨2; 4]

Resolución

$$4f_{(x)} = 8x - x^2 f_{(x)}$$

$$4f_{(x)} + x^2 f_{(x)} = 8x$$

$$(4+x^2)f_{(x)} = 8x$$

$+$

$$f_{(x)} = \frac{8x}{x^2+4};\ x>0$$

$$f_{(x)} = \frac{\frac{8x}{x}}{\frac{x^2+4}{x}};\ x>0$$

$$f_{(x)} = \frac{8}{x+\frac{4}{x}};\ x>0$$

s'g': $\dfrac{x+\frac{4}{x}}{2} \geq \sqrt{x\cdot\frac{4}{x}} \Rightarrow x+\frac{4}{x} \geq 4$ $(+)$ $(+)$

invierto: $0 < \dfrac{1}{x+\frac{4}{x}} \leq \dfrac{1}{4}$

por 8: $0 < f_{(x)} \leq 2$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

8. Halle el rango de la función

$$f_{(x)} = \sqrt[2]{1-\sqrt{1-x}}$$

A) ⟨0; 1⟩ B) ⟨0; 1] C) [0; 1]
D) [0; +∞⟩ E) [0; 1⟩

Resolución

Condición de existencia

$1-\sqrt{1-x} \geq 0 \quad \wedge \quad 1-x \geq 0$

$1 \geq \sqrt{1-x} \qquad\qquad x \leq 1$

$()^2$: $1 \geq 1-x$

$x \geq 0$

$0 \leq x \leq 1$

Como $0 \leq x \leq 1$

por -1: $0 \geq -x \geq -1$

sumo 1: $1 \geq 1-x \geq 0$

$\sqrt{\ }$: $1 \geq \sqrt{1-x} \geq 0$

por -1: $-1 \leq -\sqrt{1-x} \leq 0$

sumo 1: $0 \leq 1-\sqrt{1-x} \leq 1$

$\sqrt{\ }$: $0 \leq f_{(x)} \leq 1$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

9. Se define $[\![a]\!] = n \in \mathbb{Z} \leftrightarrow n \leq a < n + 1$

Si $f: A \subset \mathbb{Z} \to B \subset \mathbb{R}^-$

$$x \to \frac{\sqrt{x+1}}{[\![\frac{x}{2} - 2]\!]}$$

Halle el producto de elementos del rango.

A) -1

B) -2

C) $-\sqrt{3}$

D) $-\frac{\sqrt{6}}{2}$

E) 6

Resolución

obs $[\![x+n]\!] = [\![x]\!] + n \; ; \; n \in \mathbb{Z}$

$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{[\![\frac{x}{2}]\!] - 2} \to (-)$; $x \in \mathbb{Z}$

$x + 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$

$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{[\![\frac{x}{2}]\!] - 2}$; $x = -1; 0; 1; 2; 3; \ldots$

$x = -1: \; f(-1) = \frac{\sqrt{0}}{[\![-\frac{1}{2}]\!] - 2} = \frac{0}{-1-2} = 0$ ✗

$x = 0: \; f(0) = \frac{1}{[\![0]\!] - 2} = \frac{1}{0-2} = -\frac{1}{2}$ ✓

$x = 1: \; f(1) = \frac{\sqrt{2}}{[\![\frac{1}{2}]\!] - 2} = \frac{\sqrt{2}}{0-2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ✓

$x = 2: \; f(2) = \frac{\sqrt{3}}{[\![1]\!] - 2} = \frac{\sqrt{3}}{-1} = -\sqrt{3}$ ✓

$x = 3: \; f(3) = \frac{\sqrt{4}}{[\![\frac{3}{2}]\!] - 2} = \frac{2}{-1} = -2$ ✓

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO



GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe